

秦九韶《数书九章序》注释^{*}

郭书春

(中国科学院 自然科学史研究所, 北京 100010)

摘 要:《数书九章序》是中国数学史上的重要文献。谨参考《算经十书》、《十三经注疏》、《二十四史》、《说文解字》和《汉语大词典》等对此序中难懂的字、词和典故等进行简明的注释, 力图准确展示秦九韶实事求是的科学态度和创新精神, 关心国计民生, 主张施仁政, 支持抗金、抗元战争的政治抱负, 并将数学看成实现这些主张的有力工具的思想。

关键词:秦九韶; 数书九章序; 注释

中图分类号: O11

文献标识码: A

文章编号: 1009-1734(2004)01-0035-10

秦九韶是中国传统数学最后一个高潮宋元数学的主要代表之一, 他于1247年在湖州完成杰作《数书九章》, 其中关于同余式解法的“大衍总数术”和高次方程数值解法的正负开方术, 超前其他文化传统数百年, 他的《数书九章序》是中国数学史上十分重要的文献。可是, 由于古今汉语的差异, 加之秦九韶的学识渊博, 用典甚多, 其中有的今已不常用, 这就增加了今人阅读的困难。而且, 20世纪80年代以前的中国数学史研究, 对《数书九章序》的主体部分比较重视, 而对后面的九段系文, 基本上略而不论。实际上, 正是这九段系文, 表现了秦九韶实事求是的科学态度和创新精神, 关心国计民生, 主张施仁政, 支持抗金、抗元战争的政治抱负, 以及将数学看成实现这些主张的重要工具的思想。因此, 笔者不揣浅陋, 试着进行注释。其中一定还会有疏漏或错误之处, 敬请方家指正。《数书九章序》的原文以《宜稼堂丛书》本为底本, 以《四库全书》本参校。

周教¹ 六艺², 数³ 实成之, 学士⁴ 大夫所从来⁵ 尚矣。其用本太虚⁶ 生一⁷, 而周流无穷; 大则⁸ 可以通神

1. 周, 周公, 即姬旦, 西周初年政治家。协助武王灭商。武王死, 辅佐成王。他制礼作乐, 建立典章制度。一说“周”指周代。刘徽《九章算术注序》说“周公制礼而有九数”。

2. 六艺, 西周学校教育的六项内容, 起源于夏、商。《周礼·地官·大司徒》云: “以乡三物教万民, 而宾兴之。……三曰六艺: 礼、乐、射、御、书、数。”《周礼·地官·保氏》云: “保氏掌谏王恶而养国子以道, 乃教之六艺: 一曰五礼, 二曰六乐, 三曰五射, 四曰五驭, 五曰六书, 六曰九数。”

3. 数, 九数, 指数学, 算学。东汉郑玄(127-200)《周礼注》云: “数, 九数之总。”贾公彦《周礼疏》云: “九数者, 先郑云: 方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要。此《九章》之术是也。彼注又云: ‘今有重差、夕桀、句股。’先郑即东汉大司农郑众(?-83), 经学家。郑玄《周礼注》又引郑众语曰: ‘九数: 方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要。今有重差、夕桀、句股也。’唐贾公彦《周礼疏》云: ‘云九数者, 方田已下, 皆依《九章算术》而言。云今有重差、夕桀、句股也, 此汉法增之。马氏注以为今有重差、夕桀, 夕桀亦是算术之名, 与郑异。案今《九章》以句股替旁要, 则旁要, 句股之类也。’知郑玄注原无‘夕桀’。唐孔颖达《礼记疏》云: ‘九数: 方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要。今有重差、夕桀、句股, 然五礼、六乐之等皆郑康成所注。其五射以下郑司农所解。但九数之名, 书本多误。儒者所解: 方田一、粟米二、差分三、少广四、商功五、均输六、方程七、赢不足八、旁要九。云今有重差、夕桀、句股者, 郑司农指汉时, 云今世于九数之内有重差、句股二篇。其重差即与旧数差分一也。去旧数旁要, 而以句股替之, 为汉之九数, 即今之《九章》也。先师马融、干宝等更云今有、夕桀各为二篇, 未知所出。今依郑司农注《周礼》之数。”

4. 学士, 在学之士, 学者。《仪礼·丧服》: “大夫及学士则知尊祖矣。”邹大海认为“学”字连上读。

5. 来, 《四库全书》本《数书九章》讹作“事”。

6. 太虚, 中国古代哲学的重要范畴, 既指广大无边的空间, 又指产生天地万物的始基和根源。《庄子·知北游》: “若是者外乎宇宙, 内不知乎大初, 是以不过乎昆仑, 不游乎太虚。”《淮南子·天文训》云: “道始于虚霁, 虚霁生宇宙, 宇宙生气。”虚霁即是太虚。北宋张载提出“太虚即气”的重要命题, 指出“太虚无形, 气之本体, 其聚其散, 变化之客形尔”, “气之聚散于太虚, 犹冰凝释于水”, 认为气凝结则成为万物, 气散开则化为太虚。朱熹认为太虚就是理。秦九韶在关于大衍的“系”中说“道本虚一”, 可见他的思想接近《淮南子》。

7. 《老子》提出: “道生一, 一生二, 二生三, 三生万物。”这是老子的宇宙生成说。古代数学家又将其看成数的产生过程。秦九韶显然受了《老子》与《淮南子》的影响, 主张“太虚生一”, 并进而论述数学的作用。

8. 《四库全书》本无“则”字。

* 收稿日期: 2003-09-15

作者简介: 郭书春(1941-), 男, 山东胶州人, 中国科学院自然科学史研究所研究员, 博士生导师, 研究方向: 中国数学史。

明⁹,顺性命¹⁰;小则可以¹¹经¹²世务,类¹³万物¹⁴,诂¹⁵容以浅近窥哉?若昔推策¹⁶以迎日¹⁷,定律¹⁸而知¹⁹气²⁰,髀²¹矩²²濬川²³,土圭²⁴度晷²⁵,天地之大,圜²⁶焉而不能外,况其间总总²⁷者乎?爰²⁸自河图、洛书²⁹,闾³⁰发秘奥³¹,八卦³²九畴³³错综精微,极而至于大衍³⁴皇极³⁵之用,而人事之变无不该³⁶,鬼神³⁷之情莫能隐矣。圣人

9. 神明,就是神,本来指主宰自然界和人类社会变化的神灵,后来演变为中国古代哲学用以说明变化的术语。《管子·内业》认为精气“流于天地之间,谓之鬼神”。《周易·系辞下》云:“阴阳合德,而刚柔有体,以体天地之变,以通神明之德。”进而将通过事物的变化预测未来的能力称为神。《周易·系辞下》云“阴阳不测之谓神”,其人格神的意义已相当弱,成为哲学术语。张衡云“阳气导物而生,故谓之神”,已没有人格神的意义。张载云“气有阴阳,推行有渐为化,合一不测为神”,以气的运动变化的性能解释神。张载又说“鬼神者,二气之良能也”,将神视为气运动变化的一种形式,扬弃了神有灵魂的涵义。朱熹的看法与此类似。可见,在宋代,神明已成为用以说明世界运动变化性质的范畴。

10. 性命,指万物的天赋与禀受。《周易·乾》云:“乾道变化,各正性命。”孔颖达疏:“性者,天生之质。”“命者,人所禀受。”

11. 则可以,《四库全书》本作“足以”。

12. 经,治理。《周礼·天官·大宰》:“以经邦国。”

13. 类,象,似。《周易·系辞下》云:“古者包牺氏‘于是始作八卦,以通神明之德,以类万物之情’。”

14. “类万物”是中国传统思想对数学作用的基本看法。刘徽《九章算术注》在引用了注13所引《系辞》的话之后接着说:“作九九之术以合六爻之变。”将“通神明”、“类万物”作为数学的两项作用。《汉书·律历志》云:“数者,一、十、百、万也,所以算数事物,顺性命之理也。”不言而喻,秦九韶的“大者”由《系辞》和刘徽的“通神明”与《汉书》的“顺性命”构成,其“小者”——“类万物”就是《系辞》和刘徽的原话,而“经世务”则是通过“算数事物”实现的。

15. 诂,岂,怎么,难道,表示反问。《说文解字·言部》:“诂,犹岂也。”诂,《四库全书》本讹作“距”。

16. 推,计算。《淮南子·本经》:“星月之行,可以历推得也。”《汉书·王莽传下》:“六年春,莽见盗贼多,乃令太史推三万六千岁历纪。”策,筹策,筹,算筹。清段玉裁《说文解字注·竹部》:“策犹筹,筹犹算。”《老子》:“善数不用筹策。”“推策”即使用算筹计算。

17. 迎日,推算日月朔望。迎,预测,推算。《史记·五帝本纪》:“(黄帝)获宝鼎,迎日推策。”裴骃集解:“瓚曰:‘日月朔望未来而推之,故曰迎日。’”

18. 律,古代用来校正乐音标准的管状仪器。以管的长短来确定音阶。从低音算起,成奇数的六个管叫吕,成偶数的六个管叫律,统称十二律。进而引申为音律、乐律。

19. 知,《四库全书》本作“和”。

20. 气,节气,节候。一年为二十四气。《素问·六节藏象论》云:“五日谓之候,三候谓之气,六气谓之时,四时谓之岁。”

21. 髀,其本义为股,大腿。引申为测量日影的表。《周髀算经》卷上:“周髀长八尺,夏至之日晷一尺六寸。髀者,股也。正晷者,句也。”《晋书·天文志上》:“髀,股也。股者,表也。”

22. 矩,画直角或方形的曲尺。《周髀算经》卷上商高云:“圆出于方,方出于矩,矩出于九九八十一。”赵爽注云:“方正之物,出之以矩。矩,广长也。”矩,《四库全书》本讹作“距”。

23. 濬,疏通河道,沟渠。《尚书·舜典》:“封十有二山,濬川。”孔安国传:“(州)有流川,则深之使通利。”

24. 土圭,测量之表。《周礼·地官·大司徒》云:“以土圭之法测土深,正日景,以求地中。”郑玄注:“土圭所以致四时日月之景也。”《周礼·地官·大司徒》又云:“以土圭土其地而制其域。”郑玄注:“土其地,犹言度其地。郑司农云,土其地,但为正方耳。”

25. 晷,日影。《周髀算经》卷上云:“周髀长八尺,夏至之日晷一尺六寸。”赵爽注:“晷,影也。”又指日晷,是一种测日影以定时刻的仪器。

26. 圜,《说文解字》云“苑有垣也”。引申为被限制在某范围之内。

27. 总总,众多貌。《楚辞·九歌·大司命》:“纷总总兮九州。”

28. 爰,于是。张衡《思立赋》云:“将苦赋而不暇兮,爰整驾而亟行。”唐李善引旧注曰:“爰,于是也。”

29. 河图洛书,本来是儒家关于《周易》和《洪范》两书来源的传说。《周易·系辞上》云:“河出图,洛出书,圣人则之。”传说伏羲氏时,有龙马背负“河图”从黄河出;有神龟背负“洛书”从洛水出。伏羲氏据此画成八卦,就是后来《周易》的来源。一说大禹治水时,上帝赐他以《洪范九畴》(即《尚书·洪范》)。刘歆认为此即洛书。北宋儒家用数字神秘主义注释《周易》,形成道学家的象数学。他们以天地生成数和九宫图(即三阶幻方)附会河图、洛书,但说法不一。北宋阮逸、南宋蔡元定、陈抟、朱熹等以天地生成数为河图,以九宫图为洛书。南宋刘牧等则相反。

30. 闾,开启。《说文解字·门部》:“闾,开也。”

31. 秘奥,《四库全书》本作“幽秘”。

32. 八卦,《周易》中的八种基本图形,用阳爻“—”和阴爻“--”两种符号,每卦由三爻组成,共乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑八卦。八卦两两相重,便成为六十四卦。八卦起源于原始宗教的占卜。《易传》认为它们象征天、地、雷、风、水、火、山、泽八种自然现象,而乾、坤两卦占有特别重要的地位,是自然界和人类社会一切现象的最初根源。

33. 畴,类。九畴是传说中天帝赐给禹治理天下的九类大法,即“洛书”。《尚书·洪范》云:“天乃赐禹洪范九畴,彝伦攸叙。初一曰无行,次二曰敬用五事,次三曰农用八政,次四曰协用五纪,次五曰建用皇极,次六曰义用三德,次七曰明用稽疑,次八曰念用庶征,九曰向用五福、威用六极。”后泛指治理天下的大法。《汉书·五行志上》引箕子言曰:“我闻在昔,鲧理洪水,汨陈其五行,帝乃震怒,弗界《洪范》九畴,彝伦道敷。”唐颜师古曰:“畴,类也。九类即九章也。”因此,“九畴”在此可以理解为《九章算术》。

34. 衍,演。大衍谓用大数以演卦。《周易·系辞上》云:“大衍之数五十,其用四十有九。”韩伯康注:“演天地之数,所赖者五十也。”孔颖达疏引京房曰:“五十者,谓十日、十二辰、二十八宿也。”后称五十为大衍之数。又,唐一行(673?~727)制《大衍历》。

35. 皇极,古代谓帝王统治天下的准则。《尚书·洪范》:“皇极,皇建其有极。”又,隋刘焯(544~608)制《皇极历》。

36. 该,具备。《管子·小问》:“昔者天子中立,地方千里,四言者该也,何谓其寡也?”尹知章注:“该,备也。”进而训包容,包括。《汉书·律历志上》:“该臧万物。”

37. 鬼神,中国古代的宗教观念和哲学术语。人死曰鬼。最初皆以鬼神为鬼神。战国时一些哲学家以“精气”解释鬼神,《管子·内业》认为精气“流于天地之间,谓之鬼神”。《周易·系辞上》云:“精气为物,游魂为变,是故知鬼神之情状。”东汉王充说:“阴气逆物而归,故谓之鬼;阳气导物而生,故谓之神。”认为人死无知,鬼神只是阴阳二气生化万物的性能,否认有人格神的性质。郑玄的看法与此类似。北宋张载说“鬼神者,二气之良能也”,将鬼神视为气运动变化的二种形式,扬弃了鬼神有灵魂的涵义。朱熹的看法与此类似:“鬼神只是气,屈伸往来者气也。”可见,在宋代,鬼神已成为用以说明世界运动变化性质的范畴。参见注9。

神之,言而遗³⁸其粗,常人昧之,由而莫之觉.要其归,则数与道³⁹非二本也.

汉去古未远,有张苍⁴⁰、许商⁴¹、乘马延年⁴²、耿寿昌⁴³、郑玄⁴⁴、张衡⁴⁵、刘洪⁴⁶之伦⁴⁷,或明天道⁴⁸而法传于后,或计功策⁴⁹而效验于时.后世学者自高,鄙不之讲,此学殆绝.惟治历畴人⁵⁰能为乘除,而弗通于开方⁵¹、衍变⁵².若官府会事⁵³,则府史⁵⁴一二⁵⁵象⁵⁶之,算家位置⁵⁷,素所不识,上之人亦委而听焉.持算者惟若人,则鄙之也宜矣.呜呼!乐有制氏⁵⁸,仅记铿锵⁵⁹,而谓与天地同和者,止于是,可乎?

38. 遗,wei,给予,留与.

39. 道,中国古代哲学的重要范畴,用以说明世界的本原、本体、规律或原理.在不同的哲学体系中有不同的涵义.老子是最先把道看成宇宙的本原和普遍规律的学者,他说:“有物混成,先天而生,寂兮寥兮,独立而不改,周行而不殆,可以为天下母,吾不知其名,字之曰道.”而道生成天地万物的过程是“道生一,一生二,二生三,三生万物”.《管子·内业》发展了老子的思想,把道表述为无所不在而又富有生机活力的精气:“凡道,无根无茎,无叶无荣.万物以生,万物以成,命之曰道.”“精也者,气之精者也.气道乃生.”《周易·系辞上》把一阴一阳的相互转化视为道:“一阴一阳之谓道.”又把道视为无形的抽象规律,与有形的具体事物区别开来:“形而上者谓之道,形而下者谓之器.”

40. 张苍(?~公元前152),原阳(今河南省)人,西汉初政治家、天文学家、数学家.先为秦御史,主柱下方书.后归汉,以功封北平侯,为计相,以善算命世,长于数学、天文、历法,领郡国上计.吕后时为御史大夫,与周勃等平诸吕之乱,立文帝,为丞相.享年百余岁.他搜集因秦火及秦末战乱而散佚的《九章算术》遗残,整理《九章算术》.

41. 许商,字长伯,长安人.汉成帝(公元前33~公元前7年在位)时任博士、将作大匠、河堤都尉、大司农等职,“善为算,能度功用”,多次领导治河工程.著《许商算术》二十六卷,据《广韵》关于他善《九章》的记载,此当是推衍《九章算术》的著作.

42. 乘马延年,《四库全书》本讹作马延年.与许商为同代人.汉成帝时为谏大夫.“(许)商、(乘马)延年皆明计算,能商功利.”河平三年(公元前26年)与许商一起治河.

43. 耿寿昌,西汉经济学家、数学家、天文学家.汉宣帝(公元前74~公元前49年在位)时为大司农中丞,“善为算,能商功利”,提出设立常平仓的建议.“以善算命世”,继张苍后,删补《九章算术》.又著《月行帛图》、《月行度》,已佚.

44. 郑玄(127~200),北海高密(今山东省)人.东汉末经学家、数学家、天文学家,是综合今、古文经学的大师.少学书数,通《三统历》、《九章算术》,晚年向刘洪学习《乾象历》.玄,《宜稼堂丛书》本避康熙帝讳改作“元”,此依《四库全书》本.

45. 张衡(78~139),字子平,南阳(今河南省)人.东汉科学家、文学家、画家.任太史令,精通天文历算,创制世界上最早利用水力转动的浑象和测定地震方位的候风地动仪.撰《灵宪》、《二京赋》等;还撰《算网论》,已佚.

46. 刘洪(约140~206),字元卓,泰山蒙阴(今山东省)人,东汉天文学家.任郎中,山阳、会稽太守.制《乾象历》,首次考虑月球运动的不均匀性,提出定期算法.传《乾象历》于郑玄、徐岳等.

47. 伦,辈,同类.

48. 天道,与人道相对,含有日月星辰等天体运行过程和用来推测吉凶祸福两个方面,春秋之后后者开始动摇.

49. 功,事功.《九章算术》有“冬程人功”、“春程人功”、“夏程人功”、“秋程人功”.策,算筹,见注16.“计功策”,就是“商功”,用算筹计算工作量.

50. 畴人,历算学者.《史记·历书》:“幽、厉之后,周室微,陪臣执政,史不记时,君不告朔,故畴人子弟分散.”因《历书》的内容是天文历算,故后世称历算学者为畴人.清阮元主持编纂了《畴人传》.

51. 开方,中国传统数学的主要算法之一,《九章算术》提出了世界上最早的开平方、开立方程序,后来发展为求一元高次方程的正根的方法.凡此都称为开方术,与现今只将求二项方程的正根称为开方,是不同的.秦九韶在贾宪的增乘开方法基础上提出正负开方术,是他的两项重大成就之一.

52. 衍变,大衍总术中的变换.大衍总术是系统的求解一次同余式组的方法,其核心是大衍求一术.是为秦九韶的两项重大创造之一.

53. 会事,统计事功.会,kuai,总计.《周礼·地官·泉府》:“岁终则会其出入,而纳其余.”郑玄注:“会,计也.”《周礼·地官·县正》:“县正各掌其县之政令、征比……既役,则稽功会事而诛赏.”

54. 府史,古时管理财货、文书、出纳的小吏.《周礼·天官·序官》:“府六人,史十有二人.”郑玄注:“府,治藏;史,掌书者.凡府、史,皆其官长所自辟除.”司马光《知人论》:“谨盖藏,吝出纳,治文书,精会计,此府史之职也.”

55. 一二,犹“一一”.司马迁《报任少卿书》:“事未易一二为俗人言也.”

56. 象,堆迭,积聚.后作“累”.又,古代重量单位名.《汉书·律历志》:“权轻重者不失黍象.”《孙子算经》云:“称之所起,起于黍.十黍为一象.”此处指府史之流没有起码的数学知识,通过一一累加进行计算.

57. 位置,安排,布置.此处指数学家用算筹布置算式.

58. 乐有制氏.乐,音乐.《礼记·乐记》:“乐者,音之所由生也.”制,姓氏.《汉书·礼乐志》云“乐家有制氏”,服虔曰:“鲁人也,善乐事也”.

59. 铿锵,象声.《吕氏春秋·古乐》:“其音若熙熙凄凄锵锵.”《汉书·礼乐志》曰:“汉兴,乐家有制氏,以雅乐声律世世在大乐官,但能记其铿锵鼓舞,而不能言其义.”铿锵,《汉书·艺文志》引作“铿锵”.

今数学⁶⁰之书尚三十余家。天象、历度谓之缀术⁶¹，太乙⁶²、壬⁶³、甲⁶⁴谓之三式⁶⁵，皆曰内算，言其秘也。《九章》⁶⁶所载，即⁶⁷周官⁶⁸九数⁶⁹，系于方圆者为更术⁷⁰，皆曰外算，对内而言也。其用相通，不可歧二。独大衍法不载《九章》⁷¹，未有能推之者，历家演法颇用之，以为方程⁷²者，误也。且天下之事多矣，古之人先事而计⁷³，计定而行，仰观俯察⁷⁴，人谋鬼谋，无所不用其谨。是以不愆⁷⁵于成⁷⁶，载籍章章⁷⁷可覆⁷⁸也。后世兴事，

60. 数术，又称术数，“术”指方法，“数”是气数，是以种种方术观察自然界的现象，推测个人和国家的气数和命运。《汉书·艺文志》数术类列天文、历谱、五行、蓍龟、杂占、形法六种，并云：“数术者，皆明堂羲和史卜之职也。”其历谱包括数学著作，可见数术实际上含有两种内容，一是天文、历法、数学，一是星占、卜筮、六壬、奇门遁甲、命相、拆字、起课、堪舆等数字神秘主义和迷信的东西。秦九韶的数术明显包含这两种内容。

61. 缀术，本是祖冲之(427~500)的一部重要数学著作，因隋唐算学馆学官“莫能究其深奥，是故废而不理”，遂失传。秦九韶《数书九章》中有“缀术推星”题，是关于天象的数学问题。秦九韶没有读过祖冲之的《缀术》，他将天象、历度视为缀术，是否符合祖冲之原义，不得而知。

62. 太乙，又作太一，太一家。古代数术流派之一。《史记·日者列传》褚先生论：“孝武帝时，聚会占家问之，某日可聚乎？五行家曰可，堪舆家曰不可，建除家曰不吉，丛辰家曰大凶，历家曰小凶，天人家曰小吉，太一家曰大吉。辩论不决，以状闻。”

63. 壬、六壬的简称。运用阴阳五行占卜凶吉的方法之一。五行(水、火、木、金、土)以水为首；天干(甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸)中，壬、癸属水，壬为阳水，癸为阴水，舍阴取阳，故名壬；六十甲子中，壬有六个(壬申、壬午、壬辰、壬寅、壬子、壬戌)，故名六壬。六壬共有七百二十课，一般总括为六十四课。六壬占术在汉代已有记载，《隋书·经籍志·五行》著录有《六壬释兆》、《六壬式经杂占》。

64. 甲，奇门遁甲的简称。古代数术流派之一，用以推算吉凶祸福，趋吉避凶。以“乙、丙、丁”为“三奇”，以八卦的变相“休、生、伤、杜、景、死、惊、开”为“八门”；天干(甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸)中“甲”最尊贵而不显露，“六甲”常隐藏于“戊、己、庚、辛、壬、癸”这“六仪”之内，三奇、六仪分布九宫，而“甲”不独占一宫，故名“遁甲”。

65. 三式，数术家将遁甲、太乙、六壬称为三式。《唐六典》卷十四：“太卜令掌卜筮之法，以占邦家动用之事……凡式，占辨三式之同异。”原注：“一曰雷公式，二曰太乙式，并禁私家畜；三曰六壬式，士庶通用之。”

66. 《九章》，即《九章算术》，中国传统数学最重要的著作，西汉张苍、耿寿昌在先秦遗文基础上删补而成。凡上百条抽象性文，246道例题，分为方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、句股等九章，在分数和分数四则运算、比例和比例分配、盈不足术、开方术、线性方程组解法、正负数加减法则、解句股形等方面走到了世界的前面，奠定了中国数学在此后一千五百多年间领先世界的基础，其算法具有构造性和机械化的特征。魏景元四年(公元263年)刘徽注《九章算术》，提出了若干数学定义，以演绎逻辑为主要方法全面证明了《九章算术》的公式、解法，奠定了中国传统数学的理论基础，将极限思想和无穷小方法引入数学证明，更是世界数学史上的首创。

67. 即，《四库全书》本讹作“及”。

68. 《周官》，关于周代典章制度的著作，后通常写作《周礼》。儒家经典之一。古文经学家认为周公所作，今文经学家认为出于战国，也有人指为西汉末年刘歆伪造。近人从周秦铜器铭文所载官制，参证该书中的政治、经济制度和学术思想，定为战国时作品。

69. 九数，先秦数学的九个分支。郑玄《周礼注》引郑众语曰：“九数：方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、盈不足、旁要。今有重差、夕桀、句股也。”先秦九数构成了《九章算术》的主体。参见注3。

70. 更术，秦九韶将“系于方圆者”称为“更术”，其说不详。“更”，通“专”，《四库全书》本作“专”。一义为纺砖。一义为小谨，《说文解字·更部》：“更，小谨也。”元李冶(1192~1279)《测圆海镜》中将最小的句股形称为更句股形。又，更，悬挂。《汉书·游侠传·陈遵》：“一旦更碍。”颜师古注：“更，悬也。”

71. 大衍之法，即大衍总术，参见注52。《九章算术》中没有这种方法。

72. 方程，九数之一，《九章算术》的第八章。中国古代的“方程”，现今称为线性方程组。而中国古代的开方式，现今称为方程(equation)。Equation在清初《阿尔热巴拉算法》中译作相等式。李善兰(1811~1882)和伟烈亚力(A. Wylie, 1815~1887)在1859年合译德么甘(De Morgan, 1806~1871)的《代数学》时将equation译作“方程”，华蘅芳(1833~1902)和傅兰雅(J. Fryer, 1839~?)合译华里司(J. Wallis, 1611~1703)的《代数学》时译为“方程式”。1934年数学名词委员会确定用“方程(式)”表示equation，而用线性方程组表示中国古代的“方程”。1956年科学出版社出版的《数学名词》确定“方程”表示equation，最终改变了中国传统数学术语“方程”的含义。这里秦九韶是说当时的历家将大衍总术误认为方程式。

73. 计，计算。《左传·昭公三十二年》：“己丑，士弥牟营成周，计丈数，揣高卑，度厚薄，仞沟洫，物土方，议远迩，量事期，计徒庸，虑财用，书粮粮，以令役于诸侯。”

74. 仰观俯察，《周易·系辞上》：“仰以观于天文，俯以察于地理，是故知幽明之故。”

75. 愆，超过。《说文解字·心部》：“愆，过也。”《左传·宣公十一年》：“令尹蒍艾猎城沂，使封人虑事，以授司徒。量功命日，分财用，平板乾，称畚鍤，程土物，议远迩，略量基趾，具粮粮，度有司，事三旬而成，不愆于素。”杜预注“不愆于素”曰：“不过素所虑之期也。”

76. 成，既定，现成的。《荀子·解蔽》：“一家得周道，举而用之，不蔽于成绩也。”

77. 载籍，书籍。《史记·伯夷列传》：“夫学者载籍极博，犹考信于六艺。”章章，周彰彰，清楚，明显之义。

78. 覆，审察。《尔雅·释诂下》“覆，审也。”《周礼·考工记·弓人》：“覆之而角至，谓之句弓。”郑玄注：“覆，犹察也。”

造始⁷⁹鲜能考度⁸⁰。浸浸⁸¹乎天纪⁸²人事之殽⁸³缺矣,可不求其故哉?

九韶愚陋,不闲⁸⁴于艺。然早岁⁸⁵侍亲中都⁸⁶,因得访习于太史⁸⁷,又尝从隐君子⁸⁸受数学⁸⁹。际时狄患⁹⁰历岁遥塞,不自意全于矢石间,尝险罹忧⁹¹,荏苒十稷⁹²,心槁⁹³气落,信知夫⁹⁴物莫不有数⁹⁵也。乃肆意⁹⁶其间,旁諏⁹⁷方能⁹⁸,探索杳渺⁹⁹,粗¹⁰⁰若有得焉。所谓“通神明,顺性命”,固肤末¹⁰¹于见;若其小者,窃尝设为问答以拟¹⁰²于用。积多而惜其弃,因取八十一题,厘¹⁰³为九类,立术¹⁰⁴具草¹⁰⁵,间以图发¹⁰⁶之,恐或可备博学多识君子之余观。曲艺¹⁰⁷可遂也,愿进之于道。恍¹⁰⁸曰艺成而下¹⁰⁹,是惟畴人府史流也,乌¹¹⁰足尽天下之用,

79. 造,开始,起始。曹操《为张范下令》:“闻张子颇欲学之,吾恐造之者富,随之者贫也。”造始,开始,初始。魏阮籍《乐论》:“故造始之教谓之风,习而行之谓之俗。”

80. 考度,考虑估计。《晋书·杜预传》:“凡所兴造,必考度始终,鲜有败事。”

81. 浸浸,渐渐。《汉书·酷吏传·严延年》:“浸浸日多,道路张弓拔刃,然后敢行。”又,形容程度深。唐尚颜逸:“浸浸三楚白,渺渺九江寒。”秦九韶此处用前者意。

82. 天纪,上天之纪纲,亦借指国家法纪。汉扬雄《博士箴》:“秦作无道,斩决天纪。”又星官名,属天市垣,共九星。《晋书·天文志》:“天纪九星,在贯索东。”

83. 殽,xiào,后作“淆”,混杂,杂乱。《说文解字·殽部》:“殽;相杂错也。”《汉书·食货志》:“铸作钱布,皆用铜,殽以连锡。”

84. 闲,通“娴”,熟练,熟悉。《尔雅·释诂下》:“闲,习也。”

85. 早岁,即秦九韶随乃父秦季恂在临安时,嘉定十二年(1219年)[最迟在嘉定十五年(1222年)],至宝庆元年(1225年),秦九韶年约18~24岁。

86. 中都,京都。《史记·平准书》:“漕转山东粟,以给中都官。”司马贞索隐:“中都,犹都内也。”宋王安石《乞制置三司条例》:“远方有倍蓰之输,中都有半价之鬻。”秦九韶此处指南宋首都临安(今杭州)。

87. 太史,官名。商末、西周、春秋时掌起草文书,记载史事,编写史书,兼官国家典籍、天文历法、祭祀等。秦汉设太史令,职位渐低。魏晋以后修史职务归著作郎,太史仅掌推算历法。隋改称太史监,唐改为太史局。宋开始设司天监,元丰间罢,立太史局,掌“天文祥异,钟鼓漏刻,写造历书,供诸坛祀祭,告神名版位画日”。

88. 隐君子,一位通数学的隐士,据李迪考证,是陈元靓。陈元靓博学多闻,自署广寒仙裔,被人称为隐君子,著有《事林广记》、《博闻录》、《岁时广记》等。陈元靓是不是通数学,没有可靠资料。

89. 数学,在中国古代,它的含义与算术相同,又称为象数学。参见注60。

90. 际时狄患,《四库全书》本作“时际兵难”。狄,秦汉后中原人对北方各少数民族的泛称。此处指蒙古族。

91. 尝险罹忧,《四库全书》本作“更险离忧”。罹,遭遇。《尚书·汤诰》:“罹其凶害,弗忍荼毒。”孔安国传:“罹,被。”

92. 荏苒,犹“渐冉”。时光渐渐过去。潘岳《悼亡诗》:“荏苒冬春谢,寒暑忽流易。”

93. 槁, gāo, 枯木, 干枯, 死。

94. 夫,《四库全书》本作作“失”。夫,助词。《韩非子·问田》:“知明夫身而不见民萌之资利者,贪鄙之为也。”

95. 数,既指事物的数量关系,亦指命数。参见注60。

96. 肆意,纵情任意,逞性。肆,不受拘束。《列子·周穆王》:“肆意远游,命驾八骏之乘。”

97. 旁諏,多方咨询。旁,广泛,普遍。《说文解字·上部》:“旁,溥也。”溥后通普,广大,丰厚。諏,咨询,询问。《尔雅·释诂上》:“諏,谋也。”诸葛亮《出师表》:“陛下亦宜自谋,以咨诹善道察纳雅言。”

98. 方能,学问与才能,可引申为有才能的人。方,方术,引申为学问、知识。《庄子·天下》:“惠施多方,其书五车。”

99. 杳渺,深远貌。渺,《四库全书》本作眇。《汉书·司马相如传》:“俯杳渺而无闻。”杳,幽暗,深远,看不到踪影。《管子·内业》:“杳乎如入于渊。”渺,水辽远无边,引申为深远,遥远。

100. 粗,略微。如粗知一二。张衡《东京赋》:“值余有犬马之疾,不能究其精详,故粗为宾言其梗概如此。”

101. 肤末,肤浅状。

102. 拟,计划,准备。宋陆游《云门过何山》:“我作山中行,十日未拟归。”

103. 厘,分,分开。宋叶梦得《石林燕语》卷五:“宋神宗乃诏厘其事大小。”

104. 术,其本义是都邑中的道路,引申为方法,程序,是中国传统数学著作中最精彩最重要的部分。

105. 草,细草。南宋孝孙撰《张丘建算经细草》,草后成为宋元算书的重要内容。

106. 发,启发,阐明。《论语·述而》:“不愤不启,不悱不发。”

107. 曲艺,小技。《礼记·文王世子》:“曲艺皆瞽之。”郑玄注:“曲艺,为小技能也。”数学居六艺之末,历来被视为小技。

108. 恍, tang, 或许。《史记·孔子世家》:“盖周文王起丰镐而王,今费虽小,恍庶几乎!”又,倘若,如果。《史记·伯夷列传》:“恍所谓天道,是邪非邪?”此秦九韶似用后者。

109. 下,轻视。《尚书·五子之歌》:“民可近,不可下。”孔颖达疏:“下,谓卑下轻忽之。”秦九韶此谓曲艺取得了成就而被轻视。

110. 乌,安,何,哪。《吕氏春秋·明理》:“故乱世之主,乌闻至乐?”高诱注:“乌,安也。”

亦无槽¹¹¹焉。时淳祐七年¹¹²九月鲁郡¹¹³秦九韶叙。

且系¹¹⁴之曰：

昆仑¹¹⁵旁薄¹¹⁶，道本虚一¹¹⁷。圣有大衍，微¹¹⁸寓于《易》。奇余取策¹¹⁹，群数皆捐¹²⁰。衍而究之，探隐知原¹²¹。数术之传，以实为体¹²²。其书《九章》，唯兹弗纪¹²³。历家虽用，用而不知¹²⁴。小试经世，姑推所为。述大衍第一。

七精¹²⁵回穹¹²⁶，人事之纪¹²⁷。追缀¹²⁸而求，宵星昼晷。历久则疏，性智能革。不寻天道¹²⁹，模袭何益？三农¹³⁰务穡¹³¹，厥施¹³²自天。以滋以生，雨膏雪零¹³³。司牧¹³⁴闵焉¹³⁵，尺寸验之¹³⁶。积以器移¹³⁷，忧喜皆

111. 无槽，槽，无，助词，无义。《左传·昭公六年》：“《书》曰：‘圣作则。’无宁以善人为则，而则人之辟乎？”杜预注：“无宁，宁也。”槽，心迷乱貌，昏昧无知貌。

112. 即1247年。

113. 鲁郡，当是秦九韶先世所居，秦九韶作为籍贯。他的同代人陈振孙既说“鲁郡秦九韶道古”，又说“蜀人秦九韶道古”。可见，秦九韶是四川安岳人，而其籍贯是鲁郡无疑。

114. 系，辞赋末尾总结全文的言辞。张衡《思立赋》：“系曰：天长久岁不留，俟河之清抵怀忧。”李善注引旧注曰：“系，繫也。重繫一赋之意也。”

115. 昆仑，即昆仑。广大无垠貌。汉扬雄《太玄·中》：“昆仑旁薄，思之贞也。”司马光注：“昆仑者，天象之大也。”昆，音hun，通“浑”。

116. 旁薄，《四库全书》本作“旁薄”，两通。广大无边，宏伟。汉扬雄《太玄·太玄告》：“天穹隆而周乎下，地旁薄而向乎上。”

117. 道本虚一，道，参见注39；虚一，太虚生一，参见注6，7。

118. 微，精妙，深奥。《荀子·解蔽》：“未可谓微也。”杨倞注：“微者，精妙之谓也。”

119. 奇余取策，是对大衍总术数的概括。大衍总术数是秦九韶解决一次同余式组的方法，李锐概括为：“以元问数连环求等，约为定母。先以诸定相乘为衍母，互乘为衍数。又以定母去衍数，余为奇数。以大衍求一术入之，得乘率，以乘衍数为用数。各与元问余数相乘，并之，为总数。满衍母去之，不满为所求数。”显然，这是一个用筹策不断地求“奇数”、“余数”的过程，故称为“奇余取策”。奇，单数，耦之对。《周易·系辞下》：“阳卦奇，阴卦耦。”

120. “群”，《四库全书》本作作“郡”。捐，舍弃。《孙子兵法·军争》：“举军而争利，则不及；委军而争利，则辎重捐。”曹操注：“置辎重，则恐捐弃也。”

121. 知，《四库全书》本作作“之”。隐，精深，微妙。《周易·系辞上》：“探賈象隐，钩深致远，以定天下之吉凶。”原，本义是水流起头的地方，引申为根本、根源，因由。《礼记·孔子闲居》：“必达于礼乐之原。”郑玄注：“原，犹本也。”

122. 实，事实。汉李固《遣黄琼书》：“盛名之下，其实难副。”又，验明，核实。《淮南子·精神》：“众人以为虚言，吾将举类而实之。”高诱注：“实，明。”秦九韶似用后者。体，本性，本质。《吕氏春秋·情欲》：“万物之形虽异，其情一体也。”高诱注：“体，性也。”又，事物的本体、主体。《论语·学而》：“礼之用，和为贵。”宋朱熹注：“盖礼之为体虽严，而皆出于自然之理，故其为用，必从容不迫，乃为可贵。”秦九韶亦用后者。

123. 《九章算术》中没有同余式问题及其解法，故秦九韶云“惟兹弗记”。

124. 编制历法的人虽然会用大衍总术推算上元积年，但是不懂得此术的原理。

125. 七精，日、月与金、木、水、火、土五星。汉蔡邕《司空文烈侯杨公碑》：“茫茫大洋，垂光烈耀，命公作大尉，璇玑运周，七精循轨，时惟休哉！”

126. 回穹，在天穹中旋转。回，旋转，回旋。《诗经·大雅·云汉》：“倬彼云汉，昭回于天。”毛传：“回，转也。”郑玄笺：“精光转运于天。”穹，《尔雅·释天》：“穹，天也。”郭璞注：“天形穹隆，其色苍苍，因名云。”

127. 纪，五纪。《尚书·洪范》：“五纪：一曰岁，二曰月，三曰日，四曰星辰，五曰历数。”

128. 追缀，遵循缀术。追，随，随从。唐柳宗元《时令论》：“其（指《吕氏春秋》）言有十二月七十有二候，迎日步气以追寒暑之序，类其物宜而逆为之备。”缀，缀术，参见注61。

129. 天道，自然界的规律。《庄子·庚桑楚》：“夫春与秋，岂无得而然哉？天道已行矣。”郭象注：“皆得自然之道，故不为也。”

130. 三农，古谓居住在平原、山区、水泽三类地区的农民。《周礼·天官·大宰》：“一曰三农，生九谷。”郑玄注引郑司农云：“三农，平地、山、泽也。”又，指春、夏、秋三个农时。汉张衡《东京赋》：“三农之隙，耀威中原。”二义皆通。

131. 穡，耕种，农事。《尚书·盘庚》：“若农服田力穡，乃亦有秋。”孔安国传：“穡，耕稼也。”

132. 厥施，其给予。厥，其。《尚书·禹贡》：“厥土惟白壤，厥赋惟上错，厥田惟中中。”又，乃。《史记·太史公自序》：“左丘失明，厥有《国语》。”又，助词，无义。唐韩愈《赠张童子序》：“能在是选者，厥惟艰哉！”秦九韶取第一义。施，给予。《周易·乾》：“见龙在田，德施普也。”唐陆德明释文：“施，与也。”

133. 雨膏雪零，阴雨滋润，雪花飘落。雨膏，阴雨滋润。《诗经·曹风·下泉》：“芾芾黎民，阴雨膏之。”孔颖达疏：“此苗所以得盛者，由上天以阴雨膏润之。”雪零，雪花飘落。零，降，落。《诗经·邶风·定之方中》：“灵雨既零，命彼信人。”毛传：“零，落也。”

134. 司牧，君主，官吏。《左传·襄公十四年》：“天生民而立之君，使司牧之。”南朝齐萧道成《即位告天文》：“肇自生民，树以司牧。”

135. 闵焉，担心于此。闵，忧虑，担心。《孟子·公孙丑上》：“宋人有闵其苗之不长而揠之者。”焉，于此，于是。《左传·隐公元年》：“制，岩邑也，虢叔死焉，他邑唯命。”

136. 尺寸验之，指用量雨器、测雪器测量降雨量降雪量。

137. 积以器移，指因以前各州县虽有量雨器、测雪器，可是，因为计算方法不对，用不同的器具测量的雨量、雪量不同，令人啼笑皆非。

非.述天时第二.

魁隗¹³⁸粒¹³⁹民,甄度¹⁴⁰四海¹⁴¹.苍姬¹⁴²井之¹⁴³,仁政¹⁴⁴攸在¹⁴⁵.代远庶蕃¹⁴⁶,垦苗¹⁴⁷日广.步度¹⁴⁸庀赋¹⁴⁹,版图¹⁵⁰是掌.方圆¹⁵¹异状,袞窳¹⁵²殊形.衷术¹⁵³精微,孰究厥真¹⁵⁴.差之毫厘,谬乃千里¹⁵⁵.公私共弊,盍谨¹⁵⁶其籍¹⁵⁷.述田域第三.

莫高匪山¹⁵⁸,莫濬匪川¹⁵⁹.神禹¹⁶⁰莫之¹⁶¹,积矩¹⁶²攸传.智创巧述,重差¹⁶³、夕桀¹⁶⁴.求之既详,揆

138 魁隗,平原山岭.魁,小丘.又,大,壮伟.《吕氏春秋·劝学》:“不疾学而能为魁士名人者,未之尝有也.”隗,高峻.

139 粒,养活.晋傅咸《喜雨赋》:“生我百谷,粒我蒸民.”唐王维《裴仆射济州遗爱碑》:“一郡之赋,再粒天下.”

140 甄度,考察度量.甄,考察,识别.《后汉书·爰延传》:“故王者赏人必酬其功,爵人必甄其德.”

141 四海,天下,全国各地.《尚书·大禹谟》:“文命敷于四海,祇承于帝.”

142 苍姬,周代.苍,苍神,苍龙.《春秋元命包》:“殷时五星聚于房,房者苍神之精,周据而兴.”周人姬姓.周人先祖弃“号曰后稷,别姓姬氏”.

143 井之,实行井田制.井,井田,殷、周时代的一种土地制度.地方一里为井,划为九区,形如井字,每区百亩,八家各分一区耕作,中央为公田.《孟子·滕文公上》:“方里而井,井九百亩.其中为公田,八家皆私百亩,同养公田.”

144 仁政,儒家的宽厚待民的政治主张.孟子发挥了孔子关于仁的思想,明确提出“仁政”的主张.《孟子·梁惠王上》:“王如施仁政于民,省刑罚,薄税敛,深耕易耨,壮者以暇日,修其孝悌忠信,入以事其父兄,出以事其长上.”

145 攸在,所在.攸,助词,所.《新唐书·魏元忠传》:“神州化首,文昌政本,治乱攸在,臣故冒死而言.”

146 庶蕃,又作蕃庶,百姓众多.庶,百姓,平民.《尚书·召诰》:“厥既命殷庶.”蕃,众多.《周易·晋》:“康侯用锡马蕃庶.”唐陆德明释文:“蕃,多也.”

147 垦苗,开垦的农田.苗,亦作“苗”,初耕的田地,亦泛指农田.《尔雅·释地》:“田一岁曰苗.”又开垦、耕耘.《尚书·大诰》:“厥父苗,厥子乃弗肯播,矧肯获.”孔安国传:“又以农喻其父已苗耕其田,其子乃不肯播种,况肯收获乎!”

148 步度,测量.步,古代的长度单位.历代一步之尺数不一,周为八尺,秦汉至南北朝为六尺,隋唐以后为五尺.引申为测量.

149 庀赋,备办赋税.庀,pi,备办,具备.《左传·襄公九年》:“使岳造庀刑器,亦如之.”又,治理,办理.《国语·鲁语》:“内朝,子将庀季氏之政焉.”赋,徭役,兵役.《周礼·地官·小司徒》:“以任地事而令贡赋.”郑玄注:“谓出车徒给繇役也.”又指税.《周礼·天官·太宰》:“以九赋敛财贿.”郑玄注:“赋,口率出泉也.”

150 版图,户籍和地图册.《周礼·天官·小宰》:“听闾里以版图.”郑玄注引郑众曰:“版,户籍;图,地图也.听人讼地者,以版图决之.”

151 方圆,又作方圜,方形与圆形.《管子·形势解》:“以规矩为方圜则成,以尺寸量长短则得.”《周髀算经》卷上商高曰:“方中为圆者谓之圆方,圆中为方者谓之方圆也.”刘徽《九章算术注》卷一:“凡物类形象,不圆则方.”

152 窳,yu,凹陷,低下.《史记·孔子世家》:“生而首上圩顶,故因名丘云.”唐司马贞索隐:“圩顶,言顶上窳也,故孔子顶如反字.”邪,《四库全书》本作“袞”.

153 衷术,参见注 71.衷,《四库全书》本作“专”.

154 厥真,其正.厥,其,参见注 132.真,正.《汉书·景十三王传·河间献王》:“从民得善书,必为好写与之,留其真.”颜师古注:“真,正也.留其正本.”

155 里,此从《四库全书》本,《宜稼堂丛书》本作“百”,两通,前者义较长.差之毫厘,谬乃千里,即“失之毫厘,谬以千里”,“失之毫厘,差之千里”,谓开始相差微小一点,结果会造成极大的错误或误差.《礼记·经解》:“《易》曰:君子慎始.差若毫厘,谬以千里.此之谓也.”

156 盍谨,为什么不慎重.盍,副词,表示反问或疑问,“何不”.《论语·公冶长》:“颜渊、季路侍.子曰:盍各言尔志?”盍,《四库全书》本作“盖”.谨,慎重.《商君书·壹言》:“治法不可不慎也,壹务不可不谨也.”

157 籍,簿书,关于贡赋、人事及户口等的档案.《周礼·夏官·大司马》:“乃以九畿之籍,施邦国之政职.”郑玄注:“籍,其礼差之书也.”

158 莫高匪山,不高的就不是山.莫,表示否定,相当于“不”.《国语·鲁语下》:“女知莫若妇,男知莫若夫.”韦昭注:“言处女之智不如妇,童男之智不如丈夫也.”匪,非,相当于“不是”.《诗经·齐风·鸡鸣》:“匪鸡则鸣,苍蝇之声.”

159 莫濬匪川,不深的就不是河.濬,深.《尔雅·释言》:“濬,深也.”《尚书·舜典》:“濬哲文明.”孔安国传:“濬,深.”

160 神禹,夏禹的尊称.《庄子·齐物论》:“无有为有,虽有神禹且不能知,吾独且奈何哉.”禹,夏禹,大禹,中国古代部落联盟领袖,原为夏后氏部落领袖,奉舜命治理洪水.因功被舜选为继承人.其子启建立夏朝,是为中国历史上第一个奴隶制国家.

161 莫之,勘定之.莫,勘定,建立.《尚书·禹贡》:“随山刊木,莫高山大川.”

162 积矩,指勾股定理.《周髀算经》卷上:“环而共盘,得成三、四、五两矩共长二十五,是为积矩.”

163 重差,西汉开始发展起来的数学分支,新增九数之一,参见注 3.刘徽《九章算术注》第十卷《重差》(后单行,改称《海岛算经》),方便之完备.刘徽《九章算术注序》云:“凡望极高、测绝深而兼知其远者,必用重差、勾股,则必以重差为率,故曰重差也.”

164 夕桀,马融等注《周礼》亦认为是汉朝新增九数之一,二郑注则无此项,参见注 3.“夕桀”可能是傍晚用表测望目的物的方法.本书测望类“望放圆营”问“以勾股、夕桀求之”,系用表测望的方法,与《九章算术》勾股章“立四表望远”问类似.清钱大昕认为“夕桀”系“互桀”(互乘)之误,此为一说.

之¹⁶⁵罔越¹⁶⁶。崇¹⁶⁷深广远,度则靡容¹⁶⁸。形格势禁¹⁶⁹,寇垒仇塘¹⁷⁰。欲知其数,先望以表¹⁷¹。因差施术¹⁷²,坐悉¹⁷³微渺¹⁷⁴。述测望第四。

邦国¹⁷⁵之赋,以待百事¹⁷⁶。畎田经入¹⁷⁷,取之有度。未免力役,先商厥功¹⁷⁸。以衰以率¹⁷⁹,劳逸乃同¹⁸⁰。汉犹近古,税租以算¹⁸¹。调均钱谷,河菑之扞¹⁸²。惟仁隐民¹⁸³,犹己溺饥。赋役不均,宁得勿思¹⁸⁴。述赋役第五。

物等敛赋,式时府庾¹⁸⁵。粒粟寸丝,褐夫红女¹⁸⁶。商征边采,后世多端。吏缘为欺¹⁸⁷,上下俱殚¹⁸⁸。我闻理财,如智治水。澄源清流¹⁸⁹,维其深矣¹⁹⁰。彼昧弗察,惨急烦刑¹⁹¹。去理益远¹⁹²,吁嗟不仁¹⁹³。述钱谷第六。

165. 揆之,度量之。揆,度量。《尔雅·释言》:“揆,度也。”

166. 罔越,不远离。罔,无,没有,不。《尚书·汤誓》:“尔不从誓言,予则孥戮汝,罔有攸赦。”《尚书·盘庚下》:“罔罪尔众。”越,远离。《尚书·泰誓上》:“予曷敢有越厥志。”孔安国传:“越,远也。”

167. 崇,高。《尔雅·释诂上》:“崇,高也。”

168. 靡容,尽合宜。靡,尽。《荀子·富国》:“以相颠倒,以靡散之。”杨倞注:“靡,尽也。”容,宜,合宜。班固《答宾戏》:“因势合变,遇时之容。”李善注引项伯曰:“容,宜也。”

169. 形格势禁,亦作“形禁势禁”,谓受形势的阻碍或限制。《史记·孙子吴起列传》:“夫解杂乱纷纠者不控卷,救斗者不持械,批亢捣虚,形格势禁,则自为解耳。”司马贞索隐:“谓若批其相亢,击捣彼虚,则是事形相格而其势自禁止,则彼自为解兵也。”格,限制。

170. 寇垒仇塘,敌寇的堡垒城池。塘,城墙。《说文解字·土部》:“塘,城垣也。”

171. 表,测望用的标杆。刘徽《九章算术注序》:“立两表于洛阳之城,令高八尺,南北各尽平地,同日度其日中之时。以景差为法,表高乘表间为实,实如法而一,所得加表高,即日去地也。”

172. 因差施术,根据重差实施术文。差,重差,参见注 163。术,术文,方法。

173. 悉,知道,了解。《世说新语·德行》:“(王恭)对曰:‘丈人不悉恭,恭作人无长物。’”

174. 微渺,亦作“微眇”,精微要妙,幽微杳远。《管子·水地》:“心之所虑,非特知于粗粗也,察于微眇,故修要之精。”

175. 邦国,国家。《诗经·大雅·瞻卬》:“人之云亡,邦国殄瘁。”

176. 百事,各种事务。《史记·淮阴侯列传》:“审毫厘之小计,遗天下之大数,智诚知之,决弗敢行者,百事之祸也。”

177. 畎田经入,天下之田的常规赋税收入。语出《国语·郑语》:“王者居九畎之田,收经人以食兆民。”韦昭注:“九畎,九州之极数。”《国语·楚语下》亦有类似的记载。畎田,九畎之田。九畎,亦作“九垓”、“九陔”,中央至八极之地。畎,《四库全书》本作“畦”。经入,常规赋税收入。韦昭注:“经,常也。常人,征税也。”一说“经”通“京”。畎,京皆大数。《国语·郑语》曰:“出千品,具万方,计亿事,材兆物,收经入,行垓极。”《尔雅·释乐》引《风俗通》曰:“十千万为万,十万曰亿,十亿曰兆,十兆曰经,十经曰垓。”

178. 先商厥功,首先计议其功利。商,计议。《汉书·沟洫志》:“商、延年皆明计算,能商功利。”颜师古注:“商,度也。”引申为计议,商量。厥,其,参见注 132。

179. 以衰以率,利用衰分术和率的理论。衰, cui, 由大到小依照一定的等级递减。《管子·小匡》:“相地而衰其政,则民不移矣。”尹知章注:“衰,差也。”差,音 ci, 次第,等级。衰分,又称差分,先秦九数之一,《九章算术》之第三章。《算数书》、《九章算术》提出衰分术,即今之比例分配方法。率,中国传统数学的重要概念。刘徽《九章算术注·方田》:“凡数相与者谓之率。”率的理论是中国传统数学运算的纲纪。

180. 劳逸乃同,使承担赋役的人(户)的劳费等同。《九章算术·均输》提出的均输术应用衰分术求出(或户)的“均平之率”以解决之。

181. 税租以算,以算赋计算租税。算,汉代赋税的名称,有按人头征收的口钱和对商人、手工业者、高利贷者征收的算缗钱,皆以“算”为单位。《史记·平准书》:“诸贾人末作货买买卖,居邑槽诸物,及商以取利者,虽无市籍,各以其物自占,率缗钱二千而一算,诸作有租及铸,率缗钱四千一算,非吏比者,北边骑士,租车以一算;贾人租车二算;船五丈以上一算。”《汉书·高帝纪》:“(四年)八月,初为算赋。”颜师古注:“如淳曰:《汉仪注》:民年十五以上至六十五出赋钱,人百二十为一算,为治库兵车马。”税租,《四库全书》本作“租税”。

182. 河菑之扞,在河洲中开垦的田地上种植农作物。河,河滨,河洲。《尚书·说命下》:“既乃通于荒野,入宅于河。”孔安国传:“遽居田野河洲也。”河,《四库全书》本作作“何”。菑,开荒。参见注 147。扞,插。宋周密《癸辛杂识续集》“白蜡”:“树叶类茶茱叶,生水傍,可扞而活,三年成大树。”

183. 惟仁隐民,但愿能对贫民实施仁爱。惟,副词,表示希望,祈使。仁,中国传统的道德范畴,其核心是爱人,与人相亲。《论语·阳货》:“子张问仁于孔子。孔子曰:能行五者于天下,为仁矣。请问之,曰:恭、宽、信、敏、惠。”《墨子·经说下》:“仁,仁爱也。”隐民,古代自附于贵族豪强之家的贫民。《左传·昭公二十五年》:“子家子曰:君其许之!政自之出久矣,隐民多取食焉,为之徒者众矣,日人愿作,弗可知也。”杜预注:“隐,约,穷困。”杨伯峻注:“即贫民之投靠季氏者。”

184. 宁得勿思,岂能不考虑?宁,表示反诘,岂,难道。北齐颜之推《颜氏家训·归心》:“释一曰,夫通大之物宁可度量?”得,可,能够。《论语·述而》:“圣人,吾不得而见之矣。”勿思,不考虑。《诗经·王风·君子于役》:“君子于役,如之何勿思。”

185. 式时府庾,规范合时的政府粮库。式,规格,标准。汉桓宽《盐铁论·错币》:“吏匠侵利,或不中式,故有薄厚轻重。”庾,泛指粮库。左思《魏都赋》:“囷囿寂寥,京庾流衍。”李周翰注:“庾,仓也。”

186. 褐夫红女,指“粒米寸丝”都是普通的男女劳动创造的。褐,用粗毛或兽皮制成的衣服。《说文解字·衣部》:“褐,粗衣。”褐夫,穿粗布衣服的人,指贫贱者。《孟子·公孙丑上》:“视刺万乘之君,若刺褐夫。”红(gong)女,旧谓从事纺织、刺绣、缝纫等工作的妇女。红,一作“功”。《汉书·郅食其传》:“百姓骚动,海内播荡,农夫释耒,红女下机,天下之心未有所定也。”颜师古注:“红,读曰工。”

187. 吏缘为欺,官吏借此从事欺骗。吏,古代官员的通称。《说文解字·一部》:“吏,治人者也。”汉以后指官府中的小官和差役。吏,《四库全书》本作作“立”。缘,凭借,依据。《荀子·正名》:“征知,则缘耳而知声可也,缘目而知形可也。”

188. 上下俱殚,殚,畏惧。《说文解字·心部》:“殚,忌难也。”

189. 澄源清流,澄清源头,疏通河道。源,《四库全书》本作“原”。濬,通“浚”,疏通水道。《尚书·益稷》:“予决九川,距四海。濬畎浍,距川。”

190. 维其深矣,考虑它们的深远。维,通“惟”,考虑,计度。《史记·秦汉之际月表》:“秦既称帝……堕坏名城,销锋镝,锄豪桀,维万世之安。”司马贞索隐:“维训度,谓计度令万代安也。”

191. 惨急烦刑,严峻苛细的刑罚。惨急,严酷峻急。《史记·平准书》:“长吏益惨急而法令明察。”烦刑,苛细的刑罚。南朝梁周兴嗣《千字文》:“何遵约法,韩弊烦刑。”

192. 去理益远,偏离事理愈来愈远。理,事理。《周易·坤》:“君子黄中通理。”孔颖达疏:“黄中通理者,以黄居中,兼四方之色,奉承臣职,是通晓物理也。”

193. 吁嗟不仁,可叹啊,没有仁厚之德。吁嗟,叹词,表示忧伤。谢朓《和王著作八公山诗》:“平生仰令图,吁嗟命不淑。”不仁,无仁厚之德。《周易·系辞下》:“小人不耻不仁,不畏不义。”

斯城斯池¹⁹⁴,乃栋乃宇¹⁹⁵,宅生寄命¹⁹⁶,以保以聚¹⁹⁷.鸿功雉制¹⁹⁸,竹个木章¹⁹⁹.匪究匪度²⁰⁰,财蠹力伤²⁰¹.围蔡而栽²⁰²,如子西素²⁰³.匠计灵台,俾汉文惧²⁰⁴.惟武功图,惟俭昭德.有国有家²⁰⁵,兹焉取则²⁰⁶.述营建第七.

天生五材²⁰⁷,兵去未可²⁰⁸.不教而战,维上之过²⁰⁹.堂堂之阵,鹅鹳为行²¹⁰.营应规矩²¹¹,其将莫当²¹².师中之吉,惟智、仁、勇.夜算军书²¹³,先计攸重²¹⁴.我闻在昔,轻则寡谋²¹⁵.殄民以幸²¹⁶,亦孔之忧²¹⁷.

194. 斯城斯池,这城这池.斯,代词,近指,“这”、“这样”.

195. 乃栋乃宇,这座宫殿,这座庙宇.乃,指示代词,“此”、“这个”.栋,本义是房的正梁.宇,本义是屋檐.《周易·系辞下》:“上古穴居而野处,后世圣人易之以宫室,上栋下宇,以待风雨.”秦九韶在这里引申为宫殿、庙宇.

196. 宅生寄命,寄托生命.宅生,寄托生命.唐张九龄《上封事》:“今六合之间,元元之众,莫不悬命于县令,宅生于刺史.”生,《四库全书》本讹作“坐”.“寄坐”谓居客位,于此处不类.寄命,寄身,托身.唐张九龄《和黄门卢监望秦始皇陵》:“黔首无寄命,赭衣相追逐.”

197. 以保以聚,为了安定为了聚集而不流散.《尚书·胤征》:“胤后承王命徂征,告于众曰:嗟予有众,圣有谟训,明征定保.”孔安国传:“征,证;保,安也.”

198. 鸿功雉制,宏大的工程,雉堞的形制.鸿,大雁,引申为“大”.汉王充《论衡·自纪》:“盖贤圣之材鸿,故其文语与俗不通.”鸿功,宏大的工程.鸿,《四库全书》本作“鳩”.鳩,鸟名.又,聚集、集合.《尚书·尧典》:“共工方鳩僝功.”孔安国传:“鳩,聚.”鳩功,聚见其功.亦通.雉,野鸡.又,古代计算城墙面积的单位.长三丈,高一丈为一雉.《礼记·坊记》:“故制国不过千乘,都成不过百雉.”郑玄注:“雉,度名也.高一丈,长三丈为雉.”亦指雉堞.《陈书·高祖纪上》:“缘淮作城,自石头迄青溪十余里中,楼雉相接.”

199. 竹个木章,竹木等建筑材料.个,竹一枝.《说文解字·竹部》:“个,竹枚也.”章,大木材.《史记·货殖列传》:“水居千石鱼陂,山居千章之材.”裴驷集解引如淳曰:“章,大材也.”木章,粗大的木材.唐颜师古《匡谬正俗》卷六:“或问曰:今所谓木钟者,于义何取,字当云何?答曰:本呼木章,音讹遂为钟耳.”木,《四库全书》本讹作“本”.

200. 匪究匪度,不度量谋划.究,谋划.《尔雅·释诂上》:“究,谋也.”

201. 财蠹力伤,损坏财物,伤害人力.蠹,本义是蛀虫.引申为蛀蚀、损坏、损害.《韩非子·初见秦》:“荆、魏不能独立,则是一举而坏韩蠹魏.”陈奇猷集释:“蠹,亦坏也.”

202. 围蔡而栽,指鲁哀公元年(公元前494年)楚昭王围蔡,用子西之计,在蔡城周围筑围垒.蔡降.《左传·哀公八年》:“春,楚子围蔡,报伯举也.里而栽.广丈,高倍.”杜预注:“栽,设板筑为围垒,周匝去蔡城一里.”

203. 如子西素,围垒果然如子西预计的那样,九日后建成.《左传·哀公八年》:“夫屯,昼夜九日,如子西之素.”杜预注:“子西本计,为垒当用九日而成.”素,预先.《国语·吴语》:“天谋必素,见成事而后履之.”韦昭注:“素,犹豫也.”

204. 匠计灵台,俾汉文惧,工匠设计的灵台值百金,使汉文帝感到恐惧.灵台,古代帝王观察天文星象,妖祥灾异的建筑.张衡《东京赋》:“左制辟雍,右立灵台.”薛综注:“司历候节气者曰灵台.”灵,《四库全书》本作“露”.俾,使.《尔雅·释诂下》:“俾,使也.”汉文,汉文帝刘恒的省称.刘勰《文心雕龙·议对》:“汉文中年,始举贤良.”事见《史记·孝文本纪》:文帝“即位二十三年,宫室苑囿狗马服御无所增益,有不便,辄弛以利民.尝欲作露台,召匠计之,直百金.上曰:百金中民十家之产,吾奉先帝宫室,常恐羞之,何以台为!”裴驷集解:“徐广曰:露,一作‘灵’.”司马贞索隐:“颜氏按:新丰南骊山上犹有台之旧址也.”

205. 有国有家,不管是对于国还是对于家.有,于.《周易·家人》:“闲有家.”

206. 兹焉取则,则取此作为准则.兹,连词,则.《左传·昭公二十六年》:“若可,师有济也,君而继之,兹无敌矣.”

207. 五材,亦作“五才”.一说指五种物质,一为金、木、水、火、土.《左传·襄公二十七年》:“天生五材,民并用之,废一不可,谁能去兵?”秦九韶似取此义.一为金、木、皮、玉、土.《周礼·冬官·考工记》:“或审曲面势,以飭五材,以辨民器.”郑玄注:“此五材:金、木、皮、玉、土.”一说指五种德行.《六韬·龙韬》:“所谓五材者,勇、智、仁、信、忠也.”

208. 兵去未可,取消军队是不行的.见上注.兵,兵器,武器.《荀子·议兵》:“古之兵,戈、矛、弓、矢而已矣.”又引申为士卒,军队.《左传·昭公十四年》:“夏,楚子使然丹简上国之兵于宗丘,且抚其民.”孔颖达疏:“战必令人执兵,因即名人为兵也.”《三国志·吴志·孙皓传》:“天生五才,谁能去兵?”

209. 维上之过,乃是居高位者的过错.维,表示判断,相当于“乃”、“是”、“为”.唐柳宗元《天对》:“稷维元子,帝何笃之.”上,尊长及居高位者.《礼记·王制》:“尊君亲上.”孔颖达疏:“亲上,谓在下亲爱长上.”

210. 鹅鹳为行,排成鹅鹳阵的行列.“鹅”、“鹳”皆为水鸟,后又均为阵名.《左传·昭公二十一年》:“丙戌,与华氏战于赭丘.郑翩愿为鹳,其御愿为鹅.”杜预注:“鹅、鹳皆阵名.”后即以“鹅鹳”并举指军阵.张衡《东京赋》:“火列具举,武士星散,鹅鹳鱼丽,箕张翼舒.”薛综注:“鹅鹳鱼丽,并阵名也.谓武士发于此而列行,如箕之张,如翼之舒也.”

211. 营应规矩,军营遵循规矩.“营”,“军营”、“阵营”.

212. 其将莫当,它将是不可阻挡的.“当”,阻挡,抵抗.《汉书·沟洫志》:“昔大禹治水,山陵当路有毁之.”一说:岂不是将领所执掌.其,表示反诘,相当于“岂”、“难道”.《左传·僖公五年》:“晋不可启,寇不可玩,一之谓甚,其可再乎?”当,执掌,主持.《左传·襄公二十七年》:“辛巳,崔明来奔,庆封当国.”杜预注:“当,秉政.”

213. 夜算军书,夜晚研读兵法,谋略战事.算,计谋,谋略.《孙子兵法·计》:“夫未战而庙算胜者,得算多也,未战而庙算不胜者,得算少也.”

214. 先计攸重,首先考虑辘重.攸,助词,无义.《尚书·盘庚》:“汝不忧朕心之攸困.”王引之《经传释词·攸》:“攸,语助也.……言不攸朕心之困也.某氏《传》攸为所,失之.”重,辘重.《左传·宣公十二年》:“楚重至于郢.”杜预注:“重,辘重也.”

215. 轻则寡谋,轻率地用兵则会缺乏计谋.轻,轻率,不审慎.《荀子·议兵》:“重用兵者强,轻用兵者弱.”寡谋,缺乏计谋,谋略少.《国语·周语中》:“师轻而骄,轻则寡谋,骄则无礼,无礼则脱,寡谋自陷.”

216. 殄民以幸,灭绝了许多老百姓却为战争胜利而感到庆幸.殄,灭绝.《淮南子·本经训》:“上掩天光,下殄地财.”

217. 亦孔之忧,也是孔子所忧虑的.典待查.

述军旅第八。

日中而市²¹⁸, 万民所资²¹⁹. 贾贾埶埶²²⁰, 利析铢锱²²¹. 蹕财役贫²²², 封君低首²²³. 逐末兼并²²⁴, 非国之厚²²⁵.
述市易第九。

致谢: 本文修改时得到瞿林东、周瀚江、邹大海等先生的帮助, 田森博士、李天生先生帮助翻译了英文摘要, 特致谢意。

参考文献:

- [1] [南宋]秦九韶. 数书九章. 宜稼堂丛书本. 郭书春主编. 中国科学技术典籍通汇·数学卷(第1册)[M]. 郑州: 河南教育出版社, 1993.
- [2] [南宋]秦九韶. 数学九章[M]. 台北商务印书馆影印四库全书文渊阁本(第797册), 1986. 323~613.
- [3] 郭书春汇校. 九章算术[M]. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1990.
- [4] 郭书春, 刘钝点校. 算经十书[M]. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1998. 繁体字修订本, 台北: 九章出版社, 2001.
- [5] [清]阮元校. 十三经注疏[M]. 北京: 中华书局, 1980.
- [6] [汉]许慎. 说文解字[M]. 北京: 中华书局, 19.
- [7] 汉语大字典[Z]. 武汉: 湖北辞书出版社. 成都: 四川辞书出版社, 1992.
- [8] 汉语大词典[Z]. 上海: 汉语大词典出版社, 1994.
- [9] 康熙字典[Z]. 北京: 中华书局影印同文书局版, 1962.
- [10] 中国大百科全书·哲学[Z]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1988.
- [11] 中国大百科全书·中国历史[Z]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1994.
- [12] 中国历史大辞典(上、下册)[Z]. 上海: 上海辞书出版社, 2000.
- [13] 吴文俊. 秦九韶与数书九章[Z]. 北京: 北京师范大学出版社, 1987.

Commentary on Qin Jiushao's Preface of Nine Chapters on Mathematical Books

GUO Shu-chun

(Institute for the History of Science, CAS., Beijing 100010, China)

Abstract: Preface of Nine Chapters on Mathematical Books is an important document in the history of mathematics in China. Relying on *Ten Classics of mathematics (Suanjing Shishu)*, *Commentary on the Thirteen Classics (Shisan Jing Zhushu)*, the *Twenty-four Histories (Ershisi Shi)*, *Origin of Chinese Characters (Shuo Wen Jie Zi)* and *Great Dictionary of Chinese Characters (Hanyu Da Zidian)*, etc. this paper presents compendious commentary for the characters that are difficult to understand, the word and literary quotation in its preface. The author endeavors to reveal Qin Jiushao's practical and realistic scientific attitude and innovative spirit, and his concern for the national economy and the people's livelihood, his opinion in the execution of policy of benevolence, his political aspiration in resisting the invasion of Jin and Yuan, and his thought that mathematics is a powerful tool in realizing his opinions.

Key words: Qin Jiushao; the Preface of Nine Chapters on Mathematical Books; commentary

218. 日中而市, 中午设立市场。市, 交易, 买卖。又交易的场所。《周易·系词下》: “日中为市, 致天下之民, 聚天下之货, 交易而退, 各得其所。”

219. 万民所资, 百姓进行交易、贩卖。资, 货, 贩卖。《周礼·考工记·序官》: “或通四方之珍异以资之, 谓之商旅。”

220. 贾贾埶埶, 商贾囤积并待价卖出。左思《蜀都赋》: “贾贾埶埶, 舛错纵横。”吕向注: “贾, 卖也; 贾, 易也。”贾贾, 买卖。埶埶, 囤积并待价卖出。埶, zhi, 囤积, 贮积。《汉书·食货志下》: “而富商贾或埶财役贫, 转毂百数。”颜师古注引孟康曰: “埶, 停也。”埶, 卖。《墨子·经说上》: “买, 易也。”

221. 利析铢锱, 一铢一锱地剖析利益。铢, 铢和锱。铢、铢都是古代重量单位。《孙子算经》卷上: “称之所起, 起于黍。十黍为一铢。十铢为一锱。”铢的说法不一, 或说六铢, 或说八铢, 还有说六两或八两的。一般从《说文解字》, 谓六铢。铢锱用来比喻微利, 极少的数量。铢, 此依《四库全书》本, 《宜稼堂丛书》作“铢铢”。

222. 蹕财役贫, 蓄积聚敛钱财, 役使贫民百姓。蹕, 蓄积和聚敛钱财。《史记·平准书》: “于是, 县官大空, 而富商大贾或蹕财役贫, 转毂百数, 废居居邑, 封君皆低首仰给。”裴骃集解引《汉书音义》: “蹕, 停也。一曰贮也。”司马贞索隐: “此谓居积停滞久也。”

223. 封君低首, 有封邑的贵族恭顺地低头。封君, 受有封邑的贵族。低首, 低头。参见注 222。低首又作“低首”, 即俯首。《汉书·食货志下》: “数岁, 货与产业, 使者分部护, 冠盖相望, 费以亿计, 县官大空。而富商贾或蹕财役贫, 转毂百数, 废居居邑, 封君皆低首仰给焉。冶铸盐, 财或累万金, 而不佐公家之急, 黎民重困。”颜师古注: “封君, 受封邑者, 谓公主及列侯之属也。低首, 犹俯首也。时公主、列侯虽有国邑而无余财, 其朝夕所须皆俯首而取给于富商大贾, 后方以邑入偿之。”低, 头向下垂。

224. 逐末兼并, 商贾经商发财而侵并土地。逐末, 指经商。古代以农业为本务, 商贾为末务, 故称。《汉书·食货志下》: “民心动摇, 弃本逐末, 耕者不能平, 奸邪不可禁, 原起于钱。”逐, 《四库全书》本作“豕”。

225. 非国之厚, 并不是国家的财富。厚, 财富。《韩非子·有度》: “毁国之厚以利其家, 臣不谓智。”